

問題 6

容積 $V[\text{m}^3]$ の流通槽型反応器に物質 A が濃度 $c_0[\text{mol}/\text{m}^3]$ 、流量 $F[\text{m}^3/\text{s}]$ で供給され、速度 $r_A[\text{mol}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})]$ で消費されている。この反応槽には冷却設備が備えられており、反応槽温度 $T [\text{K}]$ を調節することにより槽出口濃度 $c[\text{mol}/\text{m}^3]$ を制御している。供給液温度を $T_0[\text{K}]$ 、反応熱を $Q_R[\text{J}/\text{mol}]$ 、除熱速度を $q_C[\text{J}/\text{s}]$ として、以下の設問に答えよ。

- (a) 次の関係式(1)、(2)を導け。

$$\frac{dc}{dt} = \frac{F}{V}(c_0 - c) - r_A \quad (1)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F}{V}(T_0 - T) + \frac{r_A Q_R}{\rho C_p} - \frac{q_C}{V \rho C_p} \quad (2)$$

ただし、 $\rho[\text{kg}/\text{m}^3]$ は反応液密度、 $C_p[\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})]$ は反応液の比熱であり、一定値と見なしてよい。

- (b) $r_A = \alpha c \exp\left(-\frac{E}{RT}\right)$ 、 $c = c_S + \Delta c$ 、 $T = T_S + \Delta T$ 、 $q_C = q_{CS} + \Delta q_C$ として、 c_S 、 T_S 、 q_{CS} および r_{AS} の間に成立つ 3 つの関係式を示せ。ただし、 α 、 E および R は定数であり、 c_S 、 T_S 、 q_{CS} および r_{AS} は、それぞれ定常状態における c 、 T 、 q_C および r_A を意味する。

- (c) $\left|\frac{\Delta c}{c_S}\right|$ 、 $\left|\frac{\Delta T}{T_S}\right|$ 、 $\left|\frac{\Delta r_A}{r_{AS}}\right|$ および $\left|\frac{\Delta q_C}{q_{CS}}\right|$ の値は 1 に較べて非常に小さいとして、式(3)～式(5)を導け。

$$r_A - r_{AS} = \Delta r_A = r_{AS} \left(\frac{\Delta c}{c_S} + \frac{E \Delta T}{R T_S^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \Delta c = \beta \Delta c + \gamma \Delta T \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} \Delta T = \delta \Delta T + \varepsilon \Delta q_C + \zeta \Delta c \quad (5)$$

$$\text{ただし、} \beta = -\left(\frac{F}{V} + \frac{r_{AS}}{c_S}\right), \quad \gamma = -\frac{r_{AS} E}{R T_S^2}, \quad \delta = -\frac{F}{V} + r_{AS} \frac{Q_R}{\rho C_p R T_S^2},$$

$$\varepsilon = -\frac{1}{V \rho C_p}, \quad \zeta = \frac{Q_R r_{AS}}{\rho C_p c_S} \quad \text{である。}$$