

問題 2

多孔質触媒粒子による総括の反応速度は小さい触媒粒子では体積に比例するのに対し、大きな触媒粒子では表面積に比例する。(1)

(a) 下線部(1)のようになる理由を定性的に説明せよ。

この違いを定量的に説明するために、E.W.Thiele は多孔質触媒内での反応と拡散とに注目し解析を行った。図(次項)のような厚さ W [m]の板状の多孔質触媒を考え、内部では拡散と一次反応が同時に起こっているものとする。触媒の中央を原点として図に示したように x 軸をとると、触媒表面から拡散によって多孔質内部に移動した原料の一部は反応で消費されるために、 x 方向に原料の濃度分布が生じる。

(b) 高さ L [m]、幅 dx [m]の領域について物質収支をとり、 x の位置での拡散流束 N [mol/(m²·s)]と反応による消費速度 r [mol/(m³·s)]との間には次式が成立することを示せ。

$$-\frac{dN}{dx} = r$$

(c) 多孔質内の拡散を有効拡散係数 D_e [m²/s]を用いて表すと

$$D_e \frac{d^2C}{dx^2} = kC$$

となることを示せ。ただし、 k [s⁻¹]は反応速度定数である。

(d) 触媒表面の原料濃度を C_0 [mol/m³]としたとき、触媒内の濃度分布は

$$C(x) = C_0 \frac{\cosh\left(\sqrt{\frac{k}{D_e}} x\right)}{\cosh\left(\sqrt{\frac{k}{D_e}} \frac{W}{2}\right)}$$

となることを示せ。ただし、 $\cosh(x)$ は次式で定義される。

$$\cosh(x) \equiv \frac{\exp(x) + \exp(-x)}{2}$$

(e) 得られた結果を用いて、下線部(1)の「小さい触媒粒子」と「大きな触媒粒子」とを区分するパラメータを示せ。