

問題 5

カルノーサイクルは、高温(T_H)の熱だめから熱を吸収し、低温(T_L)の熱だめに熱を放出して仕事を取り出す熱機関であり、(1)等温膨張、(2)断熱膨張、(3)等温圧縮、(4)断熱圧縮の4段階からなる。熱機関の作業物質を物質量 n の理想気体、 R を気体定数として、以下の設問に答えよ。

- (a) 理想気体が、温度 T_H で体積 V_1 から V_2 まで等温可逆的に膨張するとき気体が外部にする仕事($-w_1$)、および温度 T_L で体積 V_3 から V_4 まで等温可逆的に圧縮されるとき気体が受ける仕事(w_3)を求めよ。
- (b) カルノーサイクルでは理想気体の断熱可逆膨張 ($T_H \rightarrow T_L$ 、 $V_2 \rightarrow V_3$) および断熱可逆圧縮 ($T_L \rightarrow T_H$ 、 $V_4 \rightarrow V_1$) の条件から次式が成立することを示せ。

$$C_v \ln\left(\frac{T_H}{T_L}\right) = nR \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) = nR \ln\left(\frac{V_4}{V_1}\right)$$

ここで、 C_v は気体の定容熱容量である。

- (c) 熱機関の効率 η の定義を示し、可逆過程からなるカルノーサイクルでは η が温度のみの関数となることを示せ。
- (d) 現実の熱移動には温度差が必要である。2つの熱だめ(T_H 、 T_L)と熱機関の作業物質間に有限の温度差(ΔT_H 、 ΔT_L)があるとき、この熱機関の効率 η' は設問(c)で求めた熱効率 η より小さくなることを示せ。ただし、作業物質と外界との圧力差は無視できるものとする。