化 学 工 学 Ⅱ

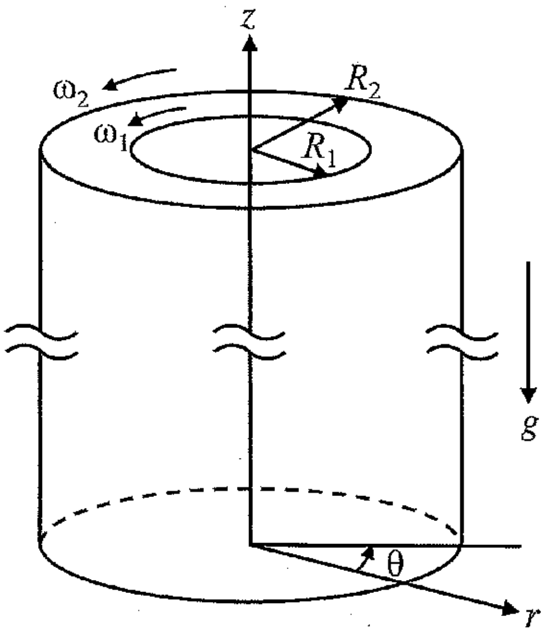
以下の５問題全てについて解答せよ。なお、各問題ごとに別々の解答用紙を用い、問題番号を明記すること。

問題１

図のような、2つの同心円筒のあいだに、密度 ρ、粘度 μ の非圧縮性ニュートン流体を注入する。円筒の半径は R_1、R_2 $(R_1 < R_2)$ であり、それぞれを一定の角速度 ω_1、ω_2 で回転させたところ、流体の流れは定常に達した。重力以外の外力がはたらかないとすれば、円筒座標系 (r, θ, z) を用いて流動を決める方程式は、

$$-\frac{{u_\theta}^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}, \quad 0 = \mu\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left[\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(ru_\theta)\right], \quad 0 = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g$$

で与えられる。ここで u_θ、p、g はそれぞれ θ 方向の速度、圧力、重力加速度の大きさをあらわす。円筒は無限に長いものとして、以下の間に答えよ。



（次ページにつづく）

（問題１のつづき）

（ａ） $u_\theta(r)$ $(R_1 \le r \le R_2)$を以下の手順で求める。

(a-1) 円筒表面$r = R_1$、R_2における境界条件をそれぞれ与えよ。

(a-2) A、Bを定数として、$u_\theta(r) = Ar + \dfrac{B}{r}$となることを示せ。

(a-3) A、Bをそれぞれ求めよ。

（ｂ） $R_2 \to \infty$、$\omega_2 = 0$として、角速度ω_1で回転する半径R_1の円筒まわりの定常流れを考える。

(b-1) $u_\theta(r)$ $(R_1 \le r)$を求めよ。

(b-2) 微小円環領域$r \sim r + \mathrm{d}r$における単位長さあたりの角運動量を求めよ。なお、微小円環領域内の流体速度は一定とみなしてよい。

(b-3) 円筒を回転させるのに必要な単位長さあたりのトルク(力のモーメント)を求めよ。

（ｃ） $R_1 \to 0$、$\omega_1 = 0$として、角速度ω_2で回転する半径R_2の円筒容器内における定常流れを考える。

(c-1) $u_\theta(r)$ $(0 \le r \le R_2)$を求めよ。

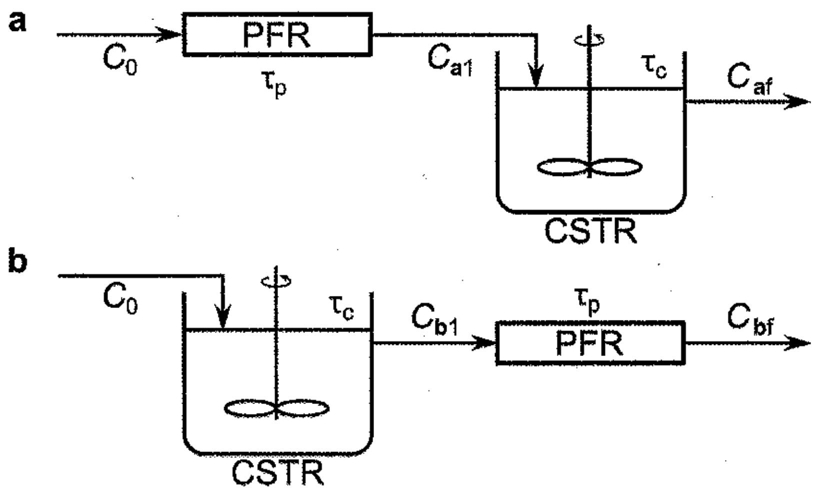
(c-2) $r = 0$、$z = z_0$において$p = p_0$の境界条件のもと、$p(r, z)$を求めよ。

問題２

反応A → Rと反応2A → Sにより目的生成物Rと副生成物Sを生成する液相並列反応を考える。管型反応器（PFR）と連続槽型反応器（CSTR）を用いて定常状態で操作されているとき、原料Aの濃度をC、原料Aの入口濃度をC_0、PFRとCSTRの空間時間をそれぞれτ_pとτ_cとする。また、原料Aの反応速度をr_Aとする。ただし、反応器内は等温に保たれており、反応前後で反応液の密度変化はないものとする。

（a）PFRとCSTRのそれぞれで反応2A → S（$-r_A = k_S C^2$）のみが進行する場合を考え、原料Aの出口濃度をそれぞれC_{pf}、C_{cf}とする。ただし、k_Sは反応速度定数である。$k_S C_0 \tau_c = k_S C_0 \tau_p = 1$の場合、$C_0$を用いて$C_{pf}$と$C_{cf}$を表し、その大小を比較せよ。

次に、PFRとCSTRを組み合わせて用いる以下の二つの場合（**a**、**b**）を考える。それぞれの場合について、一つ目の反応器の出口における原料Aの濃度をC_{a1}、C_{b1}、原料Aの出口濃度をC_{af}、C_{bf}とする。



（b）反応A → R（$-r_A = k_R C$）のみが進行する場合を考える。ただし、k_Rは反応速度定数である。

(b-1) τ_c、τ_p、k_R、C_0を用いて、C_{af}とC_{bf}を表せ。

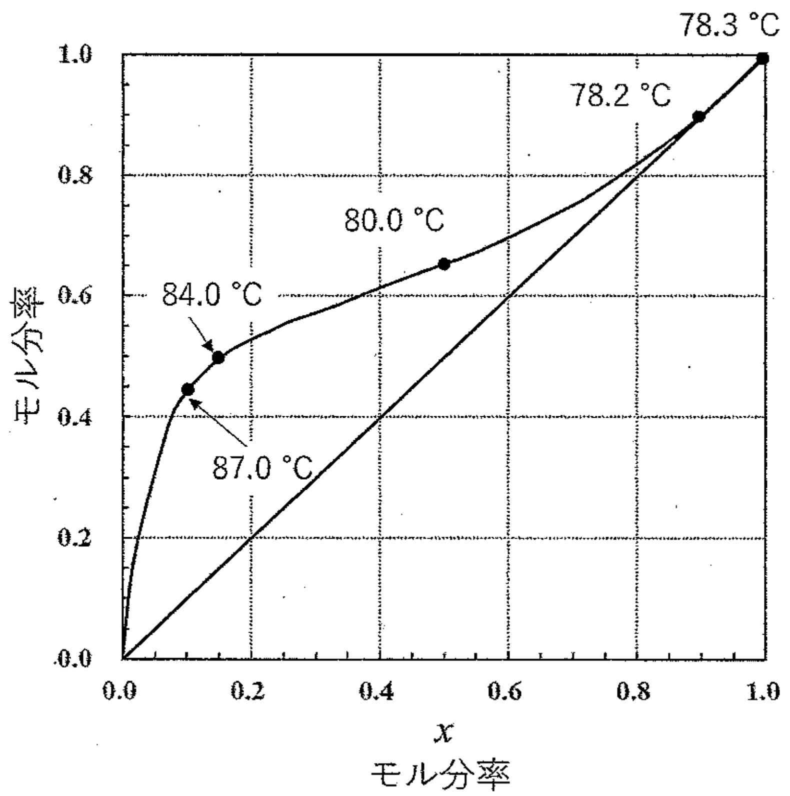
(b-2) $\tau_c = \tau_p$ の場合、縦軸を$-1/r_A$、横軸をCとするグラフを描き、C_{a1}とC_{b1}を比較せよ。

（c）反応A → Rと反応2A → Sが並列して進行する場合、**b**の目的生成物Rの収率が**a**よりも高くなる。その理由を数行で述べよ。

問題３

エタノールー水の分離に関する以下の問に答えよ。

（ａ） エタノールー水の気液平衡関係 (x−y 線図: 大気圧) について考える。ここで、図中の温度はその組成での沸点である。



(a-1) 上図をもとに T−x−y 線図の概略を専用の解答用紙に描け。

(a-2) $x = 0.2$ の組成の液を 90 ℃まで加熱し、平衡とした時の蒸気および液体中のエタノールの組成を問(a-1)の T−x−y 線図上に点 A、B として示せ。また、蒸気の全モル数と液体の全モル数の比の導出方法を説明せよ。

(a-3) 蒸発ならびに凝縮を繰り返しても共沸組成以上にエタノールを濃縮できない。この理由を説明せよ。

(次ページにつづく)

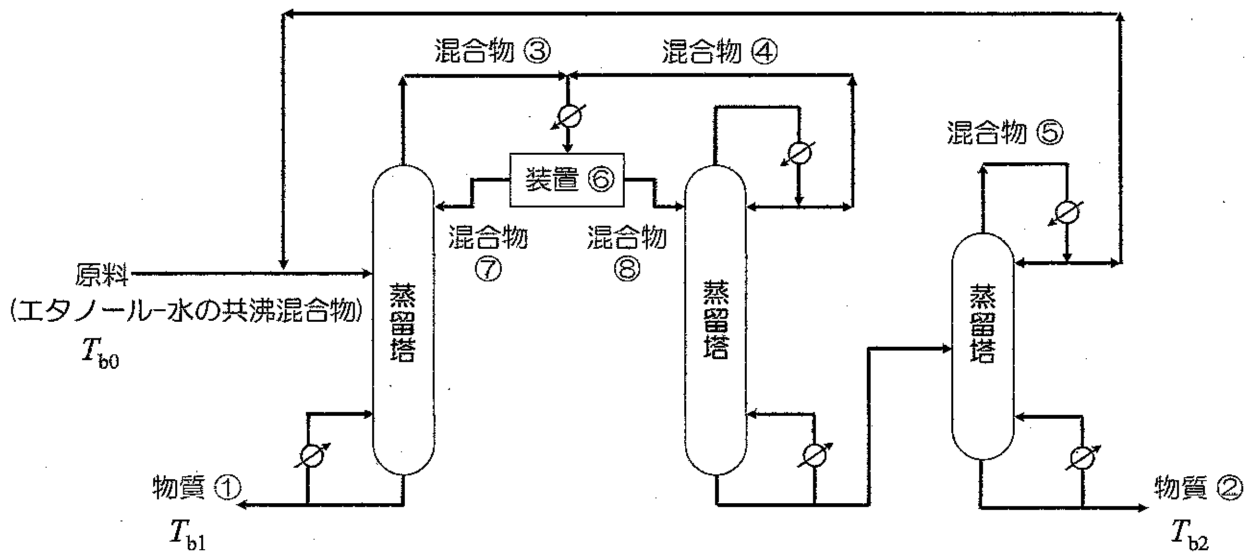
(問題３のつづき)

（ｂ）エタノール－水混合物にベンゼンを添加した系に関して、以下の図に示す共沸蒸留プロセスによる分離操作について考える。

(b-1) 物質①、②の名称を答えよ。また、沸点(T_{b0}、T_{b1}、T_{b2})の大小関係を不等号で示せ。

(b-2) 混合物③、④、⑤それぞれに含まれる成分すべてを答えよ。

(b-3) 装置⑥の役割について説明せよ。この際、混合物⑦、⑧の主成分についてそれぞれ明記すること。



問題４

z軸方向に組成が不均一なN成分系における分子拡散について考える。濃度基準の拡散流束J_iは、次式で定義される。

$$J_\mathrm{i} \equiv C_\mathrm{i}(v_\mathrm{i} - v^*) \tag{1}$$

ここで、$C_\mathrm{i}(= Cx_\mathrm{i})$は成分iのモル濃度、$v_\mathrm{i}$, x_iはそれぞれ成分iの速度とモル分率、$v^*\left(\equiv \sum_\mathrm{i}^\mathrm{N} x_\mathrm{i} v_\mathrm{i}\right)$はモル平均速度である。ただし、混合流体のモル濃度を$C \equiv \sum_\mathrm{i}^\mathrm{N} C_\mathrm{i}$とする。以下、2成分系（成分A, B）として、問に答えよ。

（ａ）成分Aの拡散流束が次式で表されることを示せ。

$$J_\mathrm{A} = Cx_\mathrm{A}x_\mathrm{B}(v_\mathrm{A} - v_\mathrm{B}) \tag{2}$$

（ｂ）化学ポテンシャルμ_iを用いて各成分の速度として式(3)が成立すると仮定する。定温・定圧状態におけるGibbs-Duhemの式を用いると、モル平均速度の定義式が満たされることを示せ。

$$v_\mathrm{A} = v^* - \frac{D}{RT}\frac{\partial \mu_\mathrm{A}}{\partial z}, \qquad v_\mathrm{B} = v^* - \frac{D}{RT}\frac{\partial \mu_\mathrm{B}}{\partial z} \tag{3}$$

ここで、Dは正の定数、Rは気体定数、Tは温度を表す。

（ｃ）次式を証明せよ。gは混合溶液1 molあたりのギブズエネルギーとする。

$$\frac{\partial g}{\partial x_\mathrm{A}} = \mu_\mathrm{A} - \mu_\mathrm{B} \tag{4}$$

（ｄ）成分Aの拡散流束が、次式で表されることを示せ。

$$J_\mathrm{A} = -\frac{Dx_\mathrm{A}x_\mathrm{B}}{RT}\frac{\partial^2 g}{\partial {x_\mathrm{A}}^2}\frac{\partial C_\mathrm{A}}{\partial z} \tag{5}$$

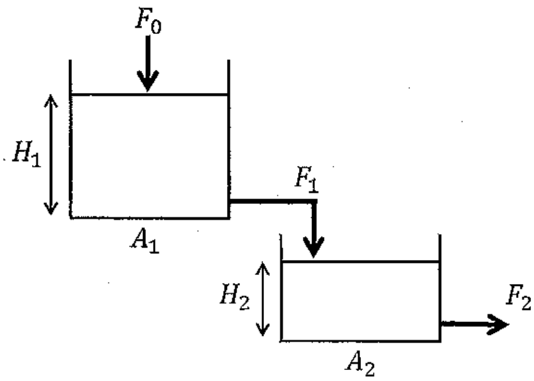
（ｅ）理想溶液の成分Aの拡散流束を求めよ。

（ｆ）式(5)を用いて、相分離が起こる条件を述べよ。

問題５

プロセスの動特性を表す微分方程式をラプラス変換後、ブロック線図として表し、その結合と等価変換により、入出力間の伝達関数を求めることができる。以下の例に関して、（ａ）～（ｄ）の手順により入出力間の伝達関数を求める。

図のように直列に連結した２槽のタンクに液が連続的に供給されている。それぞれのタンクの底面積をA_1、A_2、また、水面の高さをH_1、H_2とする。１槽目入口の体積流量をF_0、１槽目および２槽目出口の体積流量をそれぞれF_1、F_2とする。F_0、F_1、F_2、H_1、H_2の定常値をそれぞれF_{0s}、F_{1s}、F_{2s}、H_{1s}、H_{2s}とし、定常値からの微小変化量をそれぞれΔF_0、ΔF_1、ΔF_2、ΔH_1、ΔH_2とする。以下の問に答えよ。



（ａ）ΔH_1およびΔH_2の時間変化を表す微分方程式は以下のようになる。式(1)のみを導出せよ。

$$A_1\frac{\mathrm{d}\Delta H_1}{\mathrm{d}t}=\Delta F_0-\Delta F_1 \tag{1}$$

$$A_2\frac{\mathrm{d}\Delta H_2}{\mathrm{d}t}=\Delta F_1-\Delta F_2 \tag{2}$$

（ｂ）出口の体積流量$F_i\ (i=1,2)$は水面高さの平方根$\sqrt{H_i}\ (i=1,2)$に比例するとする。式(3)を用いて、式(1)と式(2)の微分方程式を線形化すると式(4)、式(5)が得られる。式(4)のみを導出せよ。

$$|x|\ll 1 \text{ のとき、} \sqrt{1+x}\approx 1+\frac{x}{2} \tag{3}$$

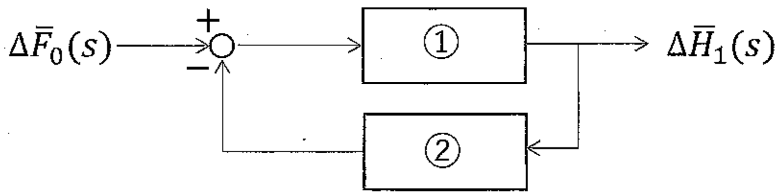
$$A_1\frac{\mathrm{d}\Delta H_1}{\mathrm{d}t}=\Delta F_0-\frac{F_{1s}}{2H_{1s}}\Delta H_1 \tag{4}$$

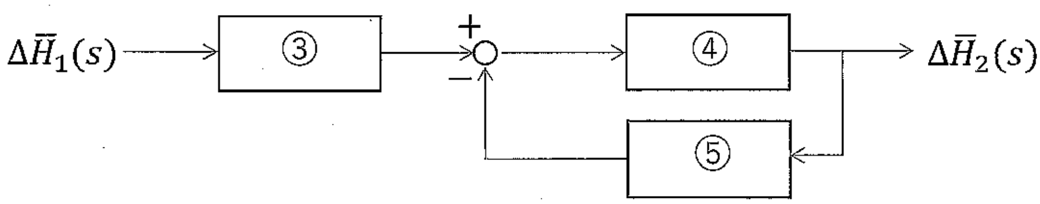
$$A_2\frac{\mathrm{d}\Delta H_2}{\mathrm{d}t}=\frac{F_{1s}}{2H_{1s}}\Delta H_1-\frac{F_{2s}}{2H_{2s}}\Delta H_2 \tag{5}$$

（次ページにつづく）

（問題５のつづき）

（ｃ）式(4)、式(5)をそれぞれラプラス変換し、ブロック線図で表すと以下のようになる。①～⑤に入る伝達関数を求めよ。





（ｄ）問（ｃ）の２つのブロック線図を統合した後、等価変換により簡略化し、$\Delta\bar{F}_0(s)$を入力、$\Delta\bar{H}_2(s)$を出力とする伝達関数を求めよ。なお、ブロック線図の統合および簡略化の過程も描くこと。